



University of Groningen

## Symmetries of linear dynamical systems

Fagnani, Fabio

**IMPORTANT NOTE:** You are advised to consult the publisher's version (publisher's PDF) if you wish to cite from it. Please check the document version below.

*Document Version*

Publisher's PDF, also known as Version of record

*Publication date:*

1992

[Link to publication in University of Groningen/UMCG research database](#)

*Citation for published version (APA):*

Fagnani, F. (1992). Symmetries of linear dynamical systems. s.n.

### Copyright

Other than for strictly personal use, it is not permitted to download or to forward/distribute the text or part of it without the consent of the author(s) and/or copyright holder(s), unless the work is under an open content license (like Creative Commons).

### Take-down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

Downloaded from the University of Groningen/UMCG research database (Pure): <http://www.rug.nl/research/portal>. For technical reasons the number of authors shown on this cover page is limited to 10 maximum.

## SAMENVATTING

Het doel van dit proefschrift is een fundamentele studie van symmetrieën in het kader van lineaire tijdsinvariante dynamische systemen.

Het begrip symmetrie wordt hier algemeen geïntroduceerd als een groepsactie op een gegeven klasse van dynamische systemen; een systeem wordt symmetrisch genoemd als het invariant is onder de actie. In navolging van de behavioral approach van de systeemtheorie beschouwen we een systeem als een verzameling tijdstrajectorieën (het gedrag), namelijk die trajectorieën die in overeenstemming zijn met de wetten van het systeem. In dit kader wordt het begrip padsgewijze symmetrie geïntroduceerd. Dit betekent dat de groep op een klasse dynamische systemen werkt door de afzonderlijke trajectorieën op een tijdsafhankelijke manier te transformeren. Voorbeelden van padsgewijze symmetrieën zijn tijdsinvariantie, tijdsomkeerbaarheid, rotaties, translaties en permutaties.

In dit proefschrift beschouwen we in het bijzonder de klasse van dynamische systemen waarvan het gedrag een lineaire gesloten translatie-invariante deelruimte is van de ruimte  $\mathcal{E}_q$  van oneindig differentieerbare functies van  $\mathbb{R}$  naar  $\mathbb{K}^q$ . Een algemene classificatiestelling over padsgewijze symmetrieën wordt afgeleid. Dergelijke resultaten worden ook bewezen voor andere situaties, waarin  $\mathcal{E}$  vervangen wordt door een andere

functieruimte als  $L^2$  of een ruimte van distributies als  $\mathcal{D}'$ .

Speciale aandacht wordt besteed aan lineaire differentiaalsystemen. Dit zijn systemen die beschreven worden door lineaire differentiaalvergelijkingen met constante coëfficiënten. In dit kader beschouwen we representatieproblemen voor symmetrische differentiaalsystemen. We bestuderen in het bijzonder statische symmetrieën die geïnduceerd worden door compacte groepen en bewijzen een stelling die toont hoe een dergelijke symmetrie in een dynamisch systeem tot uiting komt in zijn representaties. Dit resultaat wordt toegepast in een aantal voorbeelden waarin permutaties en rotaties een rol spelen.

Verder bestuderen we ook niet-statische symmetrieën en bewijzen analoge stellingen. In het bijzonder wordt tijdsomkeerbaarheid beschouwd. Dit leidt tot een stelling die zegt dat een tijdsomkeerbaar systeem altijd beschreven kan worden door een minimaal systeem van differentiaalvergelijkingen, waarvan sommige differentiaalvergelijkingen slechts afgeleiden van even orde bevatten en de overige differentiaalvergelijkingen slechts afgeleiden van oneven orde.

Tenslotte beschouwen we symmetrieën voor dynamische systemen met een meerdimensionale tijdsas.